**Федеральное государственное образовательное бюджетное**

**учреждение**

**высшего образования**

**«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»**

**(Финансовый университет)**

**Факультет**

информационных технологий и анализа больших данных

Кафедра «Бизнес-информатика»

**Домашнее задание № 3–4**

«Теория игр»

Студенты группы БИ20-4:

Иванова Ксения

Киракосян Виген

Крылов Никита

Мытарева Ангелина

Петрова Арина

Чайковская Анна

Руководитель:

Аксенов Дмитрий Андреевич

**Москва 2022**

ОГЛАВЛЕНИЕ

[1.ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ) 3](#_Toc100268704)

[2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ 4](#_Toc100268705)

[3. АЛГОРИТМ 4](#_Toc100268706)

[5.2 MS EXCEL 5](#_Toc100268707)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 7](#_Toc100268708)

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ (ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

В России проходят выборы в Государственную Думу. Партия А может воспользоваться следующими стратегиями: использовать политическую программу, говорить о дружбе с Китаем, говорить о разрешении локальных конфликтов. Партия В может воспользоваться тремя стратегиями: говорить об ограничениях из-за COVID-19, говорить о введении санкций против США, воспользоваться компроматом против лидера партии А. В таблице представлена матрица, которая отражает число занимаемых мест в Думе при использовании той или иной стратегии, каждым игроком. Партии А и Б придерживаются схожих взглядов, но ни разу не входили в состав Государственной Думы. Для того, чтобы исправить ситуацию они решили объединить усилия для противостояния ведущим партиям и отобраться в состав парламента. Необходимо найти оптимальную стратегию для партий А и Б.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| А | 1 | 2 | 3 |
| 1 | **50** | 45 | 40 |
| 2 | 40 | **60** | 60 |
| 3 | 20 | 40 | **70** |
| max | **50** | **60** | **70** |

Таблица 1, платежная матрица партии А

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Б | 1 | 2 | 3 | max |
| 1 | 50 | 20 | **70** | **70** |
| 2 | 40 | 35 | **45** | **45** |
| 3 | **30** | 25 | 25 | **30** |

Таблица 2, платежная матрица партии Б

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

В представленном случае нам необходимо решить задачу о поиске оптимальной стратегии, при которой игроки не борются друг с другом, а стремятся каждый к своему выигрышу.

**Математическая постановка задачи.**

**Исходные данные**

W=

где n – количество стратегий игроков.

Переменные – x1, x2, x3, xn (заменённые на вероятности p1, p2, p3, pn).

Целевая функция – максимальная величина входного/выходного потока:

max (1.1.)

**Ограничения**

W11 \* x1 + W21 \* x2 + … + Wn1 \* xn (1.2.)

W12 \* x1 + W22 \* x2 + … + Wn2 \* xn (1.3.)

Wn1 \* x1 + Wn2 \* x2 + … + Wnn \* xn (1.4.)

Обратная замена переменных:

V *=* , p1 = x1 \* V, p2 = x2 \* V, p3 = x3 \* V (1.5.)

В смешанных стратегиях варианты смешиваются в определённых пропорциях для игрока А и В:

Sa = (p1, p2, p3, …, pn), Sb = (p1, p2, p3, …, pn) (1.6.)

**3. АЛГОРИТМ**

Рассмотрим биматричную игру.

Γ = {Χ,Υ,Α,Β,m,n} { }m = x , x ,..., x Χ 1 2 - множество чистых стратегий первого игрока { }n = y , y ,..., y Υ 1 2 - множество чистых стратегий второго игрока (m,n) – система чисел, определяющая размерность платежных матриц и формат игры.

Все значения выигрышей, которые получат игроки 1 и 2 при выборе ими своих стратегий с номерами i и j определяются из двух матриц А и В, размерностью m× n . Элементы матрицы А определяют выигрыш 1 игрока, а матрицы B – второго.

Решить игру, значит определить пару ( ) \* \* x , y , которая удовлетворяла бы определению ситуации равновесия, и значения выигрышей VA и VB . В чистых стратегиях ситуация равновесия существует не всегда, поэтому при решении конечных игр рассматривают их смешанные расширения и определяют ситуацию равновесия для них.

Смешанным расширением биматричной игры называется игра, где стратегии игроков 1 и 2 определяются двумя векторами: { }m x = x , x ,..., x 1 2 и { }n y = y , y ,..., y 1 2 из фундаментальных симплексов X и Y ⎭ ⎬ ⎫ ⎩ ⎨ ⎧ Χ = = ≥ ≤ ≤ ∑ = = m i m i i x x x x x i m x 1 ( 1, 2 ,..., 0,1 , 1 ⎭ ⎬ ⎫ ⎩ ⎨ ⎧ Υ = = ≥ ≤ ≤ ∑ = = n j n j j y y y y y j n y 1 1 2 ( , ,..., 0,1 , 1 Ситуация равновесия для смешанного расширения определяется неравенствами: 3 ( , ) \* 1 1 1 \* 1 1 \* \* x y a x y a H x y m i n j i j ij m i n j ∑∑ i ⋅ j ⋅ ij ≥∑∑ ⋅ ⋅ = = = = = для ∀x∈ X ( , ) \* 2 1 1 \* \* 1 1 \* \* x y b x y b H x y m i n j i j ij m i n j ∑∑ i ⋅ j ⋅ ij ≥∑∑ ⋅ ⋅ = = = = = для ∀y ∈Y Функции выигрыша смешанного расширения ( , ) 1 H x y и ( , ) 2 H x y определены на множестве X ×Y . Такие ситуации называют ситуациями равновесия по Нэшу. С содержательной стороны равновесие можно истолковать следующим образом: в случае, если один из игроков не придерживается равновесной стратегии, он получает меньший выигрыш, при условии, что второй участник игры выбирает для себя стратегию равновесия.

## 5.2 MS EXCEL

Для начала проанализируем стратегии партий А и Б, чтобы объективно расставить показатели в платежных матрицах.

Далее определим чистые стратегии игроков, используя равновесие по Нэшу (такая ситуация, при которой игроки не доверяют друг другу и выбирают такой вариант, который гарантированно позволит им выйти с минимальными потерями). Для этого воспользуемся функцией =МАКС применительно к столбцам матрицы А и строкам матрицы Б. После выберем наибольшее значение в каждой матрице и выделим цветом.

Graphical user interface, application

Description automatically generated

Рисунок 1, чистые стратегии

Перейдем к смешанным стратегиям. Скопируем матрицы и добавим поле «смесь стратегий» - р1, р2 и р3 для партии А; q1, q2 и q3 для партии Б. Эти показатели и будут ответом на вопрос задачи.

Составим целевую функцию: сумму выигрыша для обоих игроков. =цена игры партии А + цена игры партии Б.

Для этого узнаем цену игры: для партии А перемножим элемент матрицы (1;1), р1 и q1, при этом закрепим смеси стратегий. Проделаем аналогичные действия с матрицей партии Б.

Рассчитаем ограничения:

* с помощью функции =СУММПРОИЗВ(массив первой строки матрицы партии А; q1-q3). При этом этот показатель должен быть меньше цены игры партии А. Аналогично с остальными строками и матрицей партии Б;
* сумма р = сумме q.

Graphical user interface, application, table, Excel

Description automatically generated

Рисунок 2, ограничения

Заключительным этапом задачи будет поиск решения (вкладка «Данные») и анализ результатов. В поле «Оптимизировать целевую функцию» выберем ячейку «целевая функция». До: максимум. Добавим ограничения. Нажмем кнопку «Поиск решения».

A screenshot of a computer

Description automatically generated

Рисунок 3, поиск решения

После поиска решения мы получаем ответ, в данной задаче партии А рекомендуется использовать исключительно первую стратегию, а партии Б – 66% первой и 33% второй.

Graphical user interface, application, table, Excel

Description automatically generated

Рисунок 4, ответ

**ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

После изучения учебных материалов по теме «Теория игр. Биматричные игры» нашей командой было проведено решение практической задачи в MS Excel, результат решения был апробирован и подтвержден в онлайн-калькуляторах. Можно сделать следующий вывод: в отсутствии равновесия по Нэшу в чистых стратегиях равновесие можно найти в смешанных стратегиях, для этого нужно будет использовать и ту, и другую стратегию. При этом возникает ситуация, при которой максимальные показатели при использовании чистой стратегии каждым игроком превышают целевые функции, однако суммарный результат сотрудничества больше, чем если игроки будут действовать по отдельности.